

光ファイバを用いたスクイズド光並行生成に関する数値解析
Numerical Analysis of Parallel Generation of Squeezed States with an Optical Fiber

保坂有杜 (M2), 川森泰貴 (B4)

Aruto Hosaka, Taiki Kawamori

Abstract

We calculate the nonlinear Schrödinger equation that is coupled with phonon fields in multimode description. In this report, we reveal potential of fiber nonlinear effects as a multimode squeezer by adapting a Williamson's decomposition scheme to the calculated covariance matrices among multimode quantum correlation.

1. はじめに

実用的な測定型量子計算機の実現に向けて、大規模かつ高品質な連続量の量子クラスター状態を生成するために様々なコンパクトなスキームが提唱され、実験的にも実証されている。これらの先行研究における実験では、電磁場の自由度（偏光、周波数、波数）を利用して、クラスター状態を1つ、または2つの光パラメトリック発振器（Optical parametric oscillator: OPO）から生成することに成功している[1, 2]。

一方で、スクイズド光生成の他の手法として、光ファイバのカー効果を用いるものがある[3]。一般的なカー効果を用いたスキームでは、OPOを用いるものに比べて安定性が高く、装置もコンパクトである。このスキームでは、高い3次の非線形光学効果を得るために超短レーザーパルスが用いられ、先行研究においては-6.8dBのスクイズド光生成が報告されている[4]。

フェムト秒パルスを入射したとき、ファイバ中での四光波混合過程により出力パルスの周波数モード間には複雑な量子相関が形成されることになる。この相関を解析することにより、可

分なスクイズド状態を得ることができる。しかし、このような3次の非線形効果によって形成される周波数間の量子相関の解析を詳細に行った例は未だに報告されていない。

そこで、著者は光ファイバを用いたスクイズド光モードの並行生成が可能なのかどうかを明らかにする。ファイバ中での四光波混合過程による周波数モード間の複雑な量子相関を共分散行列で表し、ウィリアムソンの定理により解析することで、可分なスクイズド状態が発生可能かを解析することができる。我々はこの定理を適用することで、ファイバの非線形伝搬によるスクイズド光モードの並行生成に関する数値解析を行った。

2. 理論

ラマン散乱を含む古典非線形シュレディンガー方程式は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} A(z, t) = & i \sum_{k \geq 2} \frac{i^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A(z, t) \\ & + i\gamma(1 - f_r) |A(z, t)|^2 A(z, t) \\ & + \frac{i\gamma f_r (\Omega_0^2 + \gamma_r^2)}{2g_0 \Omega_0} \{b(z, t) + b^*(z, t)\} A(z, t). \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $A(z, t)$ はファイバ中のパルスの複素電界振幅を表しており、 t と z はそれぞれ位置と時間に対応している。 $b(z, t)$ はフォノン場の複素振幅を表しており、その時間発展は $b(z, t) = ig_0 \int_{-\infty}^t \exp\{-(\gamma_r + i\Omega_0)(t - \tau)\} |A(z, \tau)|^2 d\tau$ で与えられる。このときの γ_r と Ω_0 はそれぞれファイバの分子振動の減衰係数と共鳴周波数を表している。

また、 g_0 は光子と分子振動の結合係数となっている。 γ と β_k はそれぞれ、ファイバの非線形係数と k 次分散に相当する。 f_r は非線形分極に占めるラマン散乱の割合を表している。

Ref. 5 に従って非線形シュレディンガー方程式を量子化する。 $A \rightarrow \hat{A}$ と $b \rightarrow \hat{b}$ という量子化により、フォノン場の時間発展は以下のように書き換えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \hat{b}(z, t) = -\gamma_r \hat{b}(z, t) - i\Omega_0 \hat{b}(z, t) + ig_0 \hat{A}(z, t) \hat{A}^\dagger(z, t) + \hat{n}_b(z, t), \quad (2)$$

ここで、 \hat{n}_b は熱浴に対する消滅演算子であり、Eq. (2) はフォノン場の減衰に伴う熱浴との結合を示している。また、このノイズ演算子 \hat{n}_b は交換関係、

$$[\hat{n}_b(z, t), \hat{n}_b^\dagger(z', t')] = \frac{4g_0^2 \gamma_r \Omega_0}{f_r \gamma (\Omega_0^2 + \gamma_r^2)} \times \delta(z - z') \delta(t - t'), \quad (3)$$

と 4 つの相関、

$$\langle \hat{n}_b(z, t), \hat{n}_b(z', t') \rangle = \langle \hat{n}_b^\dagger(z, t), \hat{n}_b^\dagger(z', t') \rangle = 0, \quad (4)$$

$$\langle \hat{n}_b(z, t), \hat{n}_b^\dagger(z', t') \rangle = \{n_\Omega(T) + 1\} \frac{4g_0^2 \gamma_r \Omega_0}{f_r \gamma (\Omega_0^2 + \gamma_r^2)} \times \delta(z - z') \delta(t - t'), \quad (5)$$

$$\langle \hat{n}_b^\dagger(z, t), \hat{n}_b(z', t') \rangle = n_\Omega(T) \frac{4g_0^2 \gamma_r \Omega_0}{f_r \gamma (\Omega_0^2 + \gamma_r^2)} \times \delta(z - z') \delta(t - t'), \quad (6)$$

を満たす。ここで、 $n_\Omega(T)$ は温度 T における平均分子数を表しており、これは $n_\Omega(T) = 1/\{\exp(\hbar\Omega_0/k_B T) - 1\}$ で与えられる。 \hbar と k_B はそれぞれ Dirac 定数と Boltzmann 定数である。

また、 $\hat{A} = A + \hat{a}$ の線形化を用いることで、

$$\begin{aligned} \hat{a}(L, \omega) = & \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega, \omega') \hat{a}(0, \omega') d\omega' \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} g^*(\omega, \omega') \hat{a}^\dagger(0, \omega') d\omega' \\ & + \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} f_R(\omega, z', t') \hat{n}_b(z', t') dt' dz' \\ & + \int_0^L \int_{-\infty}^{\infty} g_R^*(\omega, z', t') \hat{n}_b^\dagger(z', t') dt' dz', \end{aligned} \quad (7)$$

という形式に書き換えることができる。これを離散化することで、

$$\hat{\mathbf{a}}(N) = F\hat{\mathbf{a}}(0) + G^*\hat{\mathbf{a}}^\dagger(0) + F_b\hat{\mathbf{n}}_b(N) + G_b^*\hat{\mathbf{n}}_b^\dagger(N), \quad (8)$$

となり、 $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{n}}$ に対してそれぞれ直交位相振幅のベクトル $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{r}}_b$ を定義すれば、

$$\hat{\mathbf{r}}(N) = Z\hat{\mathbf{r}}(0) + Z_b\hat{\mathbf{r}}_b(0), \quad (9)$$

が得られる。共分散行列は、

$$C(n) = \{\hat{\mathbf{r}}(n), \hat{\mathbf{r}}^\dagger(n)\}, \quad (10)$$

で定義され、(9)式を用いることで、

$$\begin{aligned} C(N) = & ZZ^\dagger \\ & + [2n_\Omega(T) + 1] \frac{4g_0^2 \gamma_r \Omega_0}{f_r \gamma (\Omega_0^2 + \gamma_r^2)} \times Z_b Z_b^\dagger. \end{aligned} \quad (11)$$

というように表すことができる。ウィリアムソンの定理により、共分散行列は以下のように対角化することができる。

$$C(n) = S^T \sigma S, \quad (12)$$

ここで、 $S \in \text{Sp}(2N, \mathbb{R})$ かつ $\sigma = \bigoplus_{k=1}^M \begin{pmatrix} v_k & 0 \\ 0 & v_k \end{pmatrix}$ である。さらに、シンプレクティック行列はオイラー分解することができる。

$$S = O_2 \Lambda O_3, \quad (13)$$

ここで、 $O_2, O_3 \in K(N) = \text{Sp}(2N, \mathbb{R}) \cap \text{SO}(2N)$ であり、 Λ は対角行列、 $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, 1/\lambda_1, \dots, \lambda_N, 1/\lambda_N)$ である。 O_3 は出力の可分なスクイズド光の基底を表しており、各モードのスクイーミングレベルは、 $C'(n) = O_3^T V O_3$ の対角成分で与えられる。

3. 計算結果

まず、異常分散領域におけるパルスのファイバ伝搬によるスクイズド光の生成に関して計算を行った。ファイバのパラメータを $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 2 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ とし、3次分散以上は0とした。高強度の入射古典パルスの波形をパルス幅 125 fs (周波数半値全幅 2.52 THz に相当)、ピークパワー 2000 W の sech 形状であるとした場合の、計算結果を Fig. 1 に示す。ファイバの温度は 300 K、ファイバ長は 20 cm を仮定した。

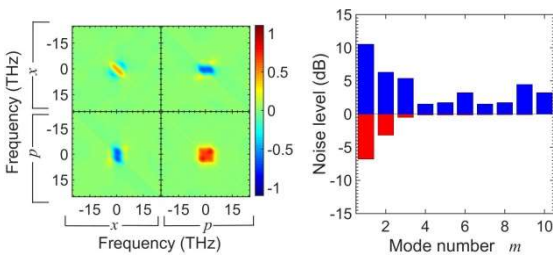
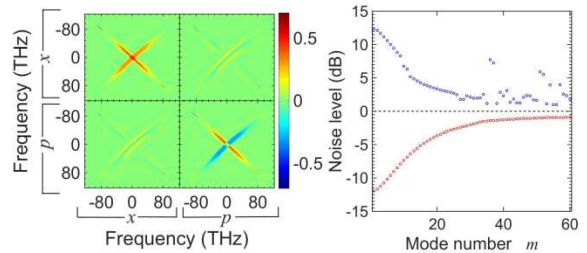


Fig. 1 (a) These figures shows calculation results assumed fiber nonlinear propagation in anomalous dispersion regime including Raman noise when $L = 20 \text{ cm}$. (a) Normalized covariance matrix $C^{(n)} = C_{ij}/\sqrt{C_{ii}C_{jj}} - \delta_{ij}/2C_{ii}$. (b) shows noise levels of separable squeezed states.

その結果を Fig. 1 に示す。Fig. 1(a)は正規化された共分散行列であり、Fig. 1(b)は各モードのスクイーミングレベルを表している。この図から、並行生成されるスクイズド光は2-3個程度であることが判明した。Fig. 1(a)からわかる通り、共分散行列が円形に近く、このような量子相関をもつ場合にはスクイズド光モードの並行生成数が少ないことが知られている。このように円形の共分散行列になる要因は、異常分散領域におけるパルス伝搬では波長分散の影響で広帯域な位相整合が達成されないためだと考えられる。

そこで、次にゼロ分散領域におけるファイバ伝搬を仮定した場合のスクイズド光モード並行生成について検討を行うこととした。入射パルスの波形はソリトンの計算の場合と同じであるとし、三菱電線工業社製の Photonic crystal fiber を仮定した。この PCF のパラメータは $\beta_2 = 0 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 0.162 \text{ ps}^3/\text{km}$, $\beta_4 = 1.934 \text{ ps}^4/\text{km}$, $\gamma = 46.8 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$ となっている。



These figures shows calculation results when propagation of 2-cm PCF is assumed. (a) Normalized covariance matrix $C^{(n)} = C_{ij}/\sqrt{C_{ii}C_{jj}} - \delta_{ij}/2C_{ii}$. (b) shows noise levels of separable squeezed states.

その結果は Fig. 2 の通りである。Fig. 2(a)は正規化された共分散行列であり、Fig. 2(b)は各モードのスクイーミングレベルを表している。Fig. 1(a)の通り、異常分散領域における伝搬と異なり、楕円型の広帯域な位相整合が達成されていることがわかる。これ

により、Fig. 2(b)のように数10個のスライズド光モードの並行生成が確認された。

このとき、最もスクイーピングレベルの高いモードと2番目に高いスクイーピングレベルを持つモードの複素電界スペクトルを示したものがFig. 3である。スライズド光の各モードのスペクトルはスクイーピングレベルが高い方から順番にエルミートガウシアン状になっている。これは、Ref. 1にある2次の非線形効果を用いた場合と同じである。

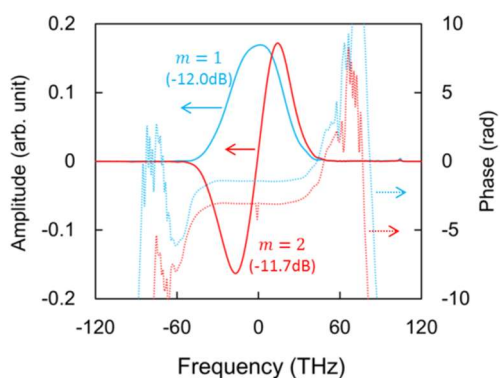


Fig. 3 Complex spectrum of separable squeezed mode. Solid and dotted lines correspond to amplitude and phase, respectively, and blue and red lines correspond to when $m = 1$ and $m = 2$, respectively.

4. 結論

スライズド光生成のためにファイバを用いた場合の、直交位相振幅の両方を含んだ周波数間量子相関の解析手法について理論の構築を行った。この理論は、オイラー分解を用いることで、ファイバを伝搬する周波数ごとの直交位相振幅を直交モードに分離し、マルチモードのスライズド光のモード解析を行うものである。また、フォノン場を量子化することで、この理論にラマン散乱の影響を含めることができた。

ここで構築した理論を用いて、ソリトンパルスを用いた場合と PCF を用いた場合の2通りの計算を行った。その結果、ソリトンパルスにおいては、従来の実験スキームで得られていたスクイーピング

レベルよりも高いレベルのスライズド光が生成されていることが分かった。また、0分散伝播を実現できる PCF を用いた場合には、広帯域な群速度整合のおかげで、スライズド光モードの大幅に並行生成数が上昇することが分かった。

References

- [1] J. Roslund, M. De Arau, S. Jiang, C. Fabre, N. Treps, *Nat. Photonics* **8**, 109 (2014).
- [2] S. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, C. Sornphiphatphong, T. Kaji, S. Suzuki, J. Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci, and A. Furusawa, *Nat. Photonics* **7**, 982 (2013).
- [3] A. Hosaka, K. Hirose, and R. Sawada, *Opt. Express* **23**, 2446 (2015).
- [4] J. Heersink, V. Josse, G. Leuchs, and U. L. Andersen, *Opt. Lett.* **30**, 1192 (2005).
- [5] Y. Lai and S. S. Yu, *Phys. Rev. A* **51**, 817 (1995).